

MATE 1207 CÁLCULO VECTORIAL
Taller 2 Octubre de 2017
Parte A: Integrales dobles y triples

1. Utilice una transformación lineal apropiada $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ para calcular la integral

$$\iint_R (x+y)^2 e^{x-y} dx dy,$$

siendo R el cuadrado de vértices $(0, -1), (1, 0), (0, 1)$ y $(-1, 0)$.

2. Considere el cambio de variables definido mediante la transformación $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $x = v$, $y = u/v$, y sea D la región en el plano xy limitada por las hipérbolas $xy = 1$, $xy = 2$ y las rectas $x = 2$, $x = 4$.

a) Dibuje la región D en el plano xy y también la región D^* en el plano uv tal que $T(D^*) = D$.

b) Utilice la transformación T para hallar la integral $\iint_D x^3 y \, dA$.

3. Sea S el sólido definido por las desigualdades $x^2 + y^2 \leq 4$, $2 \leq z \leq 3$.

a) Dibuje la gráfica del sólido S .

b) Calcule $\iiint_S z e^{x^2+y^2} dV$.

4. Considere el sólido de revolución E comprendido entre un paraboloide y un cono, definido en coordenadas cilíndricas mediante las desigualdades $r^2 \leq z \leq 3 - 2r$.

a) Elabore la gráfica del sólido E .

b) Encuentre el volumen de E .

5. Halle el volumen del sólido limitado por el plano xy , el cilindro $x^2 + y^2 = 2y$ y el paraboloide $z = x^2 + y^2$.

6. Encuentre las coordenadas del centroide de cada uno de los sólidos homogéneos descritos a continuación:

a) El sólido homogéneo limitado por el cilindro $x^2 + y^2 = 2x$ y por los planos $z = 0$ y $x + z = 3$.

b) El sólido homogéneo comprendido entre dos octantes esféricos concéntricos de radios 1 y 2, respectivamente.

c) Un hemisferio sólido homogéneo de radio $a > 0$.

d) El sólido homogéneo definido por las desigualdades $\frac{1}{2}(x^2 + y^2) \leq z \leq 2$.

e) El cono sólido homogéneo definido por las desigualdades $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$.